

Calcul : Etat des lieux

Michel Delord
ENS Ulm, le 29 juin 2004

On accable [l'élève]... d'exercices ...qui m'auraient dégoûté des mathématiques si j'avais eu en Math, élève (en 1933-34) les programmes actuels... D'une façon générale il m'apparaît que l'on ne donne plus aux élèves que des "recettes" sur des questions soigneusement cloisonnées, sans énoncer clairement les grands principes dont elles découlent, remplaçant ainsi un petit effort de réflexion par un constant appel à la mémoire : cet enseignement n'a plus rien d'attractif, et j'en suis écoeurée!

Jacqueline Ferrand, mathématicienne¹

*
* *

| | |
|--|----------------|
| <i>Fiction</i> | <i>Page 2</i> |
| <i>Etat des lieux : niveau</i> | <i>Page 4</i> |
| <i>Etat des lieux : ce que l'on enseigne</i> | |
| 1) La définition des opérations | <i>Page 5</i> |
| 2) Un exemple : la division | <i>Page 6</i> |
| <i>Cours de philosophie en maternelle et cours de culture générale à l'université ?</i> | |
| 1) L'enseignement conceptuel contre la leçon de choses | <i>Page 7</i> |
| 2) Cours de culture générale à l'Université ? | <i>Page 9</i> |
| 3) Rapide schéma des niveaux d'enseignement | <i>Page 10</i> |
| <i>Nos propositions pour l'enseignement primaire</i> | <i>Page 11</i> |
| <i>Conclusion</i> | <i>Page 14</i> |
| <i>Notes de fin</i> | <i>Page 16</i> |

*
* *

Calcul : Etat des lieux

Fiction ?

2015 : Le premier débat public sur la réforme de l'école s'ouvre par une question du public au ministre : *Vous insistez beaucoup sur "savoir parler ", pas sur "savoir marcher "*

Le ministre : " *C'est moins invalidant. Et puis il y a les fauteuils roulants.*"

Nous n'en sommes pas là, mais cependant, le 29 avril 2003 :

"*Dans votre livre, vous insistez beaucoup sur "lire-écrire", pas sur compter.*"

Luc Ferry : "*C'est moins invalidant. Et puis, il y a les calculettes.*"ⁱⁱⁱ

D'autant plus que, déjà, en 1983 :

"*La maîtrise parfaite des "quatre opérations" effectuées sur papier n'est plus de nos jours une nécessité absolue en soi, puisque le cas échéant la machine peut jouer un rôle de "prothèse pour le calcul". Il n'est donc pas très important d'atteindre une grande fiabilité dans l'exécution sur papier des opérations : en cas d'urgence, on pourrait se procurer pour une somme modique (quelques paquets de cigarettes) une calculette à la boutique du coin.*"

Texte de la *Commission Permanente de Réflexions sur l'Enseignement des Mathématiques* (COPREM), comprenant des représentants de la Direction des Écoles, des Collèges, des Lycées et de l'Inspection Générale de Mathématiques.

D'autant plus que les pédagogues cités ne sont pas des fonctionnaires isolés mais sont soutenus et précédés par de grands penseurs de la société civile qui ont *programmé* le non apprentissage du calcul. En 1978 :

"*Nul n'aurait imaginé, il y a quinze ans, la floraison d'appareils peu onéreux, à la portée de chacun et d'abord des élèves. Aujourd'hui la question n'est plus de savoir si le calcul va reculer, mais quand il va disparaître.*"

Simon Nora, Alain Minc, in *L'informatisation de la société*, rapport pour la présidence de la Républiqueⁱⁱⁱ

*
* *

| | |
|--|---|
| | <p><i>Une éducation vraiment générale doit comprendre les éléments de toutes les sciences ... l'étude des sciences expérimentales doit être précédée de l'étude des mathématiques, dont elles ne peuvent se passer.¹</i></p> |
|--|---|

Jules Tannery, *Science et philosophie*, 1911, page 203.

La situation de l'apprentissage du calcul est un peu particulière par rapport à celle de la lecture évoquée précédemment par *Guy Morel* et *Marc Le Bris*. Autant il est admis qu'il faut savoir lire - même si il y a débat sur la signification de cet objectif et les moyens de l'atteindre et même si ce débat est actuellement pipé comme l'ont montré mes deux prédécesseurs- autant la nécessité de l'apprentissage du calcul *humain* est niée en tant que telle par les secteurs dirigeants de la société :

- par les spécialistes, souvent diplômés par l'Université, de la pédagogie : il n'y a aucune réaction négative dénonçant l'indigence en ce domaine des programmes de 2002 de la part des syndicats dominants et des diverses organisations à vocation pédagogique². Ce qui n'est pas étonnant car elles ont toutes participé à des degrés divers à la mise en place du système actuel et d'ailleurs l'ARDM, *Association de Recherche en Didactique en Mathématiques*, déclare même son soutien non conjecturel mais de principe à ces programmes: "A la lumière des travaux de recherches conduits depuis de nombreuses années en didactique des mathématiques[souligné par moi - MD], ... ces nouveaux programmes sont porteurs d'une richesse potentielle pour l'enseignement des mathématiques."^{iv}

- par l'ensemble des medias et des partis politiques qui n'ont pas manifesté la moindre opposition aux susdits programmes au moment de leur parution. Certes, ils ne se présentaient pas ouvertement comme négation de l'apprentissage du calcul, ce qui ne pouvait tromper que ceux dont l'activité essentielle d'investigation est le commentaire des communiqués de l'AFP. Mais, quoi qu'il en soit, aucun media n'a titré jusqu'à maintenant ni " *Nos enfants ne savent plus calculer*" ni " *On n'apprend plus le calcul*" ce qui indique simplement le degré d'intérêt porté à la nécessité de cet apprentissage.

Il est d'ailleurs peut-être un peu faux de dire simplement que la nécessité de l'enseignement du calcul est niée et l'on devrait plus précisément dire : *sa non-nécessité a servi de justification à la programmation de sa disparition puisque M. Alain Minc l'attend depuis plus de 25 ans.*

Ce n'est pas ici le lieu pour faire une histoire de l'enseignement en France et l'étranger mais l'on pourrait assez facilement démontrer que cette non-nécessité d'apprentissage du calcul au niveau primaire est liée plus généralement à une sous estimation de l'enseignement scientifique dans l'enseignement général ou plus précisément que cette sous estimation de l'enseignement scientifique - camouflée sous la profusion de "sciences humaines" et d'enseignement de techniques vidées de leur contenu théorique - est une des formes sous laquelle se présente la dégénérescence de l'enseignement général. En France en particulier, après la tentative de mise en place d'un enseignement de haute valeur scientifique qui se traduit par le développement des EPS (Ecoles Primaires Supérieures) ^qui,

¹ Les thèses actuelles présentent là aussi une double inversion puisque
- elles prétendent apprendre les sciences expérimentales hors des mathématiques
- elles en surestiment simultanément le rôle dans l'apprentissage de l'esprit critique, piège scientiste dans lequel ne tombait justement pas Jules Tannery :

" *Si les mathématiques sont admirables pour fortifier les facultés logiques, elles n'ont rien à faire avec l'esprit critique, qui ne s'exerce que dans la connaissance des faits, parce que cette connaissance est nécessairement incomplète; l'esprit critique, le jugement, se perfectionnent au contraire par la pratique des sciences expérimentales, de leurs méthodes pour démêler le feutrage de la réalité, pour faire apparaître l'importance relative et la subordination des causes, pour diminuer les chances d'erreurs, fixer le degré d'approximation des mesures et des lois qui les résument.*"

Mais nous en sommes justement à un enseignement qui, comme le dit la pétition primaire, détruit les facultés logiques de l'enfant ... tout en prétendant développer l'esprit critique.

² Par exemple, l'Inspection générale de mathématiques n'a pas réagi et seul, *André Warustel* alors en fonction, en signant la pétition primaire, a sauvé l'honneur de l'inspection générale du XIX^{ème} siècle.

en 1938, accueillent autant d'élèves que les lycées et, avec le régime de 1925 dit de *l'égalité scientifique*³ par l'obligation d'un tronc commun scientifique de haut niveau sanctionné par l'unicité du premier bac, les réformes de Carcopino de 1941, qui ne seront pas abolies en 1945, marquent un retour vers la situation antérieure par la fermeture des EPS et le rétablissement de filières antérieures au niveau du bac. On peut dire qu'est donc maintenant accepté, par des élites qui n'ont connu que ce type d'enseignement depuis 60 ans, un type de "culture générale" contre lequel s'élevait dès la fin du XIX^{ème} siècle les promoteurs de l'égalité scientifique qui avaient pour nom *Henri Poincaré, Emile Borel, Jules Tannery, Charles Ange Laisant...* Ce dernier s'exprime ainsi en 1904 :

Une question a été posée bien des fois, sur laquelle je ne veux pas m'appesantir, car j'y ai déjà répondu souvent dans des articles, dans des livres ou de vive voix ; c'est celle-ci : Les sciences ont-elles plus d'importance pour l'homme que les lettres et, par conséquent, faut-il donner aux enfants une éducation scientifique de préférence à une éducation littéraire; ou bien, faut-il leur donner une éducation littéraire de préférence à une éducation scientifique

Voici ce que j'ai répondu invariablement : autant vaudrait se demander s'il est plus nécessaire à un homme de manger que de dormir ; s'il est plus utile de le priver de nourriture en lui permettant le sommeil, ou de le priver de sommeil en lui permettant de s'alimenter.

Je déclare que, dans un cas comme dans l'autre, les choses se passeraient en fin de compte exactement de la même manière ; et que le résultat serait, à bref délai, le passage de vie à trépas du bonhomme soumis à un tel régime.

Or nous sommes depuis longtemps en train de faire à peu près la même sottise pour les deux moitiés de la jeunesse française, pour la catégorie des littéraires et celle des scientifiques. En pratiquant une éducation littéraire opposée à l'éducation scientifique, en élevant de futurs avocats qui n'auront pas l'idée de la façon dont peut fonctionner une locomotive, à côté desquels on pourra voir des ingénieurs possédant peut-être de très fortes connaissances mathématiques, et ignorant toute leur vie qu'il a existé un homme qui s'appelait Rabelais et un autre nommé Paul-Louis Courier, on instituera deux castes de demi-hommes, mais l'on ne fera jamais, ni une humanité, ni une société, ni une patrie.

Il est même honteux et humiliant, dans un milieu qui se dit civilisé, de penser qu'une pareille question ait jamais pu être posée !

Charles-Ange Laisant, L'éducation fondée sur la Science, F. Alcan 1904, p. 71

*
* *

Etat des lieux : niveau

Quoi qu'il en soit, les résultats de cette politique se traduisent par une catastrophe à tous les niveaux scolaires et par exemple

- au collège : à l'évaluation de Septembre 2002 de **cinquième**, 6 élèves sur 10 ne savent pas faire la division de 3978 par 13 et *les trois quarts des élèves français* ne savent pas diviser 178,8 par 8^v. Bien sûr la division est considérée comme acquise en fin de sixième, ce qui fait qu'elle ne sera plus enseignée ensuite : il reste à savoir pourquoi entre 60 et 75% des élèves de sixième qui ne savent donc pas faire une division - qui plus est simple - ont été admis en classe de cinquième.

- à ce que l'on peut considérer comme l'élite mathématique, le concours d'entrée à l'Ecole Normale Supérieure : le rapporteur 2002, Yves Lazlo explique : "*Comme nos collègues physiciens, on a pu constater que même sur un panel de candidats à aussi fort potentiel, les méfaits de la mise à sac de l'enseignement des mathématiques dans le secondaire mis en place depuis plus de deux décennies se faisaient sentir. Le programme est souvent mal assimilé, ce parfois même dans les points les plus basiques (l'algèbre linéaire par exemple)...Bien entendu, on imagine, hélas, mal un changement radical d'attitude, pourtant indispensable, à ce niveau.*"^{vi}

³ « Depuis la 6^e jusqu'à la 1^{re} inclusivement l'étude des sciences mathématiques et physiques recevra le même développement pour tous les élèves. » Cf., par exemple :

http://mathematiques.ac-bordeaux.fr/viemaths/hist/hist_enseign/histens.htm

*
* *

Etat des lieux : ce que l'on enseigne

1) La définition des opérations

La grande nouveauté à partir des années 70, comparée à la période précédente, est que l'on ne donne plus aux élèves de définition explicite des opérations - il doit en avoir une "image mentale"... et que l'on s'étonne ensuite qu'il fasse une opération à la place d'une autre pour résoudre un problème. Pour vous en convaincre, il suffit de demander non seulement à n'importe quel élève mais à n'importe quel enseignant du primaire ou de collège quelle est la définition de la multiplication.

Donnons en une, classique, celle du manuel de Cours Moyen de *Brouet et Haudricourt*^{vii} en 1910:

Sens de l'opération

68.- La **multiplication** est une opération par laquelle on répète un nombre appelé **multiplicande** autant de fois que l'indique un autre nombre appelé **multiplicateur**.

Le résultat se nomme **produit**. [...] ⁴

70. - Le multiplicande et le multiplicateur se nomment les **facteurs** du produit.

71. - La multiplication s'indique par le signe \times (**multiplié par**) qui s'écrit entre les nombres à multiplier : 8×5 (*8 multiplié par 5*).

72. - La multiplication n'est qu'une *addition abrégée*.

73.- Le *multiplicande* est toujours un nombre *concret*, c'est-à-dire qui exprime des objets déterminés, comme des arbres, des mètres, des francs, etc.

74.- Le *multiplicateur* est un nombre *abstrait*, qui indique seulement combien de fois on répète le multiplicande.

75.- Le *produit* exprime toujours des **unités semblables** à celles du multiplicande.

Cette définition de la multiplication est basée sur la distinction entre *nombres abstraits* et *nombres concrets* et c'est cette distinction qui permet d'introduire en primaire les bases d'un outil fondamental de la physique et de la modélisation du réel, *l'analyse dimensionnelle* : à cet âge⁵, cela signifie simplement que lorsque l'on demande de calculer le prix de 3 kilogrammes de tomates qui coûtent 5€ le kilogramme

- la définition de la multiplication permet de comprendre que l'opération qui permet de trouver le prix des 3 kg est $5\text{€} \times 3 = 15\text{€}$

- la définition des autres opérations permet de comprendre qu'elles ne permettent pas d'obtenir le résultat recherché puisque, par exemple, l'addition $5\text{€} + 3\text{kg}$ n'a pas de sens.

Mais cette définition de la multiplication et des autres opérations est maintenant impossible à enseigner car l'enseignement de la numération est réduit aux nombres purs et l'on refuse de l'appuyer,

⁴ Au ⁶⁹, on donne une autre définition de la multiplication qui la définit en liaison avec la proportionnalité :

69. – la *multiplication est une opération qui a pour but de trouver un nombre appelé **produit** qui soit par rapport au **multiplicande** ce que le **multiplicateur** est par rapport à l'**unité**.*

⁵ Plus tard, "L'analyse dimensionnelle est l'étude de la forme générale des équations physiques. Elle permet d'obtenir des informations sur un phénomène physique en tenant seulement compte du fait qu'il doit être décrit par une équation dimensionnellement correcte par rapport à certaines variables... La portée de l'analyse ne se limite pas à ces considérations; elle constitue aussi un outil de valeur dans l'établissement des programmes d'essais des diverses disciplines de la technique, où elle permet de réduire le nombre et la durée des expériences sans rien perdre de la généralité des informations attendues des résultats." (in *Encyclopedia universalis*, Article *Analyse dimensionnelle et similitude*)

par exemple, sur l'enseignement des unités de longueur. Il y a bien là aussi une manifestation d'une régression historique puisque l'enseignement ne produit même plus des *demi-hommes* dénoncé par C-A Laisant en séparant la culture littéraire et scientifique mais moins que des *quarts d'humains* puisque, en séparant absolument l'enseignement des mathématiques de celui des bases de la physique, c'est-à-dire en réduisant le calcul au numérique pur (dont l'enseignement est lui-même profondément déficient), il aboutit à un enseignement procédurier de mathématiques sans physique et de physique sans mathématiques.

2) Un exemple : la division

The image shows two pages of handwritten student work on grid paper. The left page is titled "III) Convertir 232 412 secondes en jours heures minutes secondes." and shows a long subtraction algorithm for converting 232 412 seconds into hours, minutes, and seconds. The student starts with 232 412 and repeatedly subtracts 3600 (1 hour) until they reach 52 412, then 16 hours, then 2 hours, and finally 4480 seconds, which they convert to 74 minutes and 40 seconds. The final result is 2j, 16h, 74min, 40s. The right page shows a similar subtraction algorithm for 1532 seconds, resulting in 25 minutes and 32 seconds. The student has written "232 412 s en j, h, min, s = 2j, 16h, 74min et 40s" and "1532 s en j, h, min, s = 2j, 16h, 74min et 40s".

Présentation d'une copie d'une très bonne élève de sixième qui, pour trouver combien d'heures sont contenues dans 59 612 secondes, effectue la division de 59 612 par 3600 en faisant des soustractions successives de 3600 : cet algorithme qui permet effectivement de trouver le quotient - mais au bout des 16 soustractions nécessaires - *n'est pas une division* mais un raisonnement primitif qui réduit effectivement le calcul en partie au comptage en ne dépassant pas le stade additif /soustractif.

Or si l'élève agit ainsi - et finalement trouve un résultat faux, bien sûr puisque la division a été inventée justement pour éviter les soustractions successives -, c'est qu'elle restitue ce qu'on lui a appris et qui est exactement conforme au BO^{viii} et précisément à ce que Roland Charnay (Rédacteur des programmes de 1995 et 2002) demandait lors de la présentation des programmes de sixième de 1996 : "Il importe de poursuivre un travail sur le sens (situations de division qui peuvent être résolues par des procédures personnelles comme essais, soustractions répétées, produits à trous, ...⁶.)"

⁶ A propos de la liaison Ecole-Sixième, conférence de présentation des nouveaux programmes par Roland Charnay, 8 novembre 1995. <http://www.ac-creteil.fr/maths/puissances/N2/ecol-six.html>

Nous retrouvons bien sûr la position cardinale de la didactique pour toutes les matières : *il faut donner du sens à la matière qu'on enseigne*, ce qui revient à reconnaître qu'elle n'en a pas en elle-même pour les élèves. Il n'est pas étonnant que ce type de conception ait pu apparaître puisqu'elle est née au moment où l'on tentait d'enseigner l'axiomatique et la linguistique à des élèves de primaire, ce qui n'avait effectivement aucun sens pour eux : c'est bien là l'origine de la problématique de la transposition didactique qui oppose le savoir savant (inenseignable) au savoir enseignable, problématique dont l'effet réel a été de détruire la notion de progression, de cohérence des programmes et même la notion de programme. Mais cette problématique prend un sens particulier dans le cas où l'on prétend que c'est le fait de résoudre les divisions par *soustractions répétées* qui leur *donne du sens*. En voici, sans être du tout exhaustif, quelques aspects :

- a) cette pseudo nouveauté apparue dans les années 80 n'en est en fait pas du tout une puisqu'on la trouve dans le *Dictionnaire de Pédagogie d'Instruction Primaire* de Ferdinand Buisson en 1882 mais introduite *exclusivement* pour la toute première introduction de la division, c'est-à-dire au CP (qui n'existait pas encore) ou au plus tard au CE1 pour les élèves qui entraient à l'école à cet âge:

" *La division n'est autre chose qu'une série de soustractions dans lesquelles le nombre à soustraire est toujours le même; on le fera aisément comprendre sur de petits nombres* [souligné par moi, MD]; *par exemple 6 peut être soustrait 4 fois du nombre 24; le quotient de 24 par 6 est donc 4.*"^{ix}

- b) même cette présentation de la division ne suffit pas à définir le *sens de l'opération* puisqu'il y a deux divisions de ce point de vue⁷ (même si l'algorithme numérique qui permet de trouver le quotient est le même dans les deux cas) :

- celle qui permet de trouver le nombre de parts. La réponse à la question *Combien de fois 6 bonbons dans 24 bonbons ?* est 4, le quotient de 24 bonbons par 6 qui peut être obtenu par soustractions répétées puisque les soustractions dont la première est *24 bonbons - 6 bonbons = 18 bonbons* ont un sens direct et évident.

- celle qui permet de trouver la taille d'une part. La réponse à la question *Si je partage 24 bonbons en 6 parts égales, combien chacun aura de bonbons ?* est également 4. Mais ce 4 ne peut être *directement* obtenu comme soustraction répétée puisque la soustraction *24 bonbons - 6 (fois)* n'a pas de sens étant donné que l'on ne peut soustraire que deux grandeurs de même nature.

c) Comme les programmes réduisent l'apprentissage de la division des entiers à la division d'un entier à 4 chiffres par un entier à 2 chiffres, non seulement on peut dire que les élèves ne savent pas faire une division puisque savoir faire une division signifie en connaître le principe c'est-à-dire savoir la faire dans tous les cas, mais surtout ils ne voient pas la nécessité d'un algorithme plus sophistiqué puisque, dans les conditions dans lesquelles ils ont été placés, les soustractions répétées sont aussi performantes que l'algorithme classique.

*
* *
*

⁷ Ceci signifie aussi, envisagé à partir de la multiplication et *u* étant l'unité du multiplicateur, qu'à la multiplication $6u \times 3 = 18u$ correspondent deux divisions : $18u : 6u = 3$ (nombre de parts) et $18u : 3 = 6u$ (taille d'une part).

Cours de philosophie en maternelle⁸
et
cours de culture générale à l'université ?

Remettre le monde⁹ à l'endroit

Donc, aussi bien pour les premiers apprentissages du calcul que celui de la lecture, on assiste à un certain nombre d'inversions qui non seulement rendent impossibles l'apprentissage des "fondamentaux" mais surtout tendent, comme le disait la pétition primaire, à "*proscrire toute forme de pensée cohérente*". La caractérisation de l'enseignement actuel n'est pas principalement d'être un enseignement allégé - si cette caractérisation exclusivement quantitative était pertinente, redresser la barre serait facile - mais un retour à un enseignement obscurantiste aussi bien dans ses méthodes que dans ses contenus.

Ces inversions ne se limitent pas à l'enseignement primaire mais touchent la conception de tout l'enseignement. J'en citerais deux exemples : l'enseignement conceptuel et l'enseignement de la culture générale à l'Université.

1) L'enseignement directement conceptuel contre la leçon de choses

Depuis les années soixante, autant pour la réforme des maths modernes qui se réclame de l'enseignement direct de l'axiomatique (*Charte de Chambéry, Janvier 1968*) que pour la réforme du français qui introduit dans l'enseignement les dernières découvertes de la linguistique, on assiste à la recommandation, à l'école primaire, de l'enseignement direct des concepts, ce qui revient à ne pas pouvoir le faire lorsque cet enseignement devient nécessaire et possible. Il s'agit d'un retour obscurantiste - au sens historique - au formalisme de "l'enseignement des mots", ou des contenus enseignés comme une langue qui est exactement ce dont la méthode intuitive essayait de sortir en combattant la rhétorique¹⁰. On trouve une continuité historique parfaite contre cette rhétorique et exprimée avec quasiment les mêmes mots entre *F. Buisson* - il faut passer de l'enseignement des mots à l'enseignement des faits - et par exemple, *Jean-Pierre Bourguignon* qui combat l'idée de réduire les mathématiques à un langage^x ou *Rudolf Bkouche* qui dénonce "l'illusion langagière". Cette question est de plus étymologiquement le centre de l'esprit de la leçon de choses qui s'applique à toutes les matières.

On pourrait dire que cette caractérisation vise simplement la période des années 60/70 qui serait maintenant dépassée : c'est tout à fait faux car ces positions sont les positions actuelles des sciences de l'éducation comme le montre la citation suivante d'un membre du club de ces bolides de la pensée, expert IUFM en SVT. Je parle bien sûr des positions *affirmées* car, dans la mesure où l'on ne peut pas enseigner directement des concepts - surtout avec l'aide de la transposition didactique!-, la mise en pratique dans les classes est véritablement le chaos le plus complet.

"Les disciplines de l'école primaire sont - signe de l'unification de ce qu'on appelle aujourd'hui le " système éducatif " - désignées, dès la maternelle, de la même manière

⁸ Je n'exagère en rien. Une référence officielle :

"Les ateliers de philosophie : http://www.ac-creteil.fr/id/94/c14/maternelle/html/appren_prog_at_philo.html "

⁹ Il s'agit, bien sûr, d'un effet de manches : nous nous nous contenterons tout à fait de remettre l'école à l'endroit, si cela est possible...

¹⁰ On pourrait facilement montrer que les sciences de l'éducation réintègrent avec un vocabulaire nouveau les pires canons de la rhétorique que sont la *lectio*, la *quaestio* et la *disputatio* : les nouveaux noms de cette dernière sont le débat citoyen et le conflit socio-cognitif.

que dans le secondaire. De même qu'on ne fait plus au primaire du dessin ou de la gymnastique, mais des arts plastiques et de l'éducation physique et sportive, on ne fait plus non plus des sciences naturelles, encore moins de l'histoire naturelle, mais de la biologie. L'unification de l'école a fait voler en éclats le paradigme pédagogique d'une progression du simple au complexe. En vue de leur scolarité future anticipée, on fait entrer d'emblée les élèves dans la complexité des savoirs qu'ils doivent maîtriser dès leur plus jeune âge pour pouvoir les monnayer le mieux possible ensuite, à l'adolescence. Exit le modèle de la leçon de choses conçue comme leçon d'observation. Dès l'école primaire, on n'apprend plus des "choses", mais des concepts : non plus le système digestif, mais la digestion ; non plus les fonctions principales de la vie, mais la construction du concept de vivant. Quant aux classifications descriptives des trois règnes de la nature, qui faisaient le corps du cours de sciences du Cours Élémentaire au Cours supérieur, elles perdent à la fois leur légitimité pédagogique et leur légitimité épistémologique.^{xiii}

Il s'agit donc d'enseigner directement "La Couleur" avant de savoir ce que sont le rouge, le jaune, le bleu, le vert, "La Mesure" avant la maîtrise des unités du Système International, "La Littérature" avant la maîtrise de la langue ... Cette citation a cependant l'avantage de la clarté : elle montre bien que l'*experimentomania* (dont parlera tout à l'heure l'ami Vaschalde), qui est une des formes pratiques de l'enseignement conceptuel, n'est pas le dépassement positif de la leçon de choses mais sa négation.

2) Cours de culture générale à l'Université ?

On assiste, depuis le rapport Fauroux, à mise en place de cours de culture générale à l'Université. Il n'est pas question de nier que les titulaires du baccalauréat manquent de culture générale, mais

i) *en fait, les étudiants manquent surtout de connaissances de base* comme l'attestent de nombreux témoignages¹¹ et comme le reconnaît implicitement Luc Ferry lorsque, dans sa *Lettre à tous ceux qui aiment l'école*, il propose, parmi les "dix réformes de grande envergure[qui] s'imposent à nous comme des urgences" non pas le rejet des programmes du primaire de février 2002, mais "la mise en place de **cours de culture générale adaptés à chaque voie de formation[sic]**", formulation aussi novatrice que l'invention de l'eau déshydratée qui reconnaît implicitement le manque de connaissances disciplinaires spécifiques à la branche d'études dans laquelle ils se spécialisent.

ii) même si nous acceptons de prendre pour argent comptant les *mots* de M. Ferry et si nous faisons mine de croire qu'il s'agit de véritables *cours de culture générale*¹², ce manque traduit alors effectivement la faillite des enseignements précédents et en particulier celui de l'enseignement des lycées qui n'a d'autres justifications que d'être précisément l'acquisition d'une culture générale.

iii) Nous ne refusons pas, et tout au contraire nous sommes partisans de cours de remises à niveau des élèves - et pas seulement à la faculté - tant que n'aura pas été rétabli un cursus digne de ce nom. Mais

- nous refusons de lui donner le nom pompeux de culture générale
- nous refusons qu'il soit conçu comme un élément permanent et structurel, ce qui revient à entériner le fonctionnement des niveaux précédents, la conséquence en étant que ces cours prendront de plus en plus d'importance puisque l'on n'aura pas arrêté la *spirale infernale* qui les justifie. Au

¹¹ Depuis les professeurs d'université littéraires qui passent leur temps à enseigner la ponctuation, la grammaire et l'orthographe à leurs étudiants jusqu'à ce professeur de chimie qui commençait son cours de fac par un cours sur la règle de trois et les nombres premiers pour qu'ils puissent équilibrer une réaction.

¹² Concept qui reste à définir, mais qui, en l'état,
 - vise à définir la culture générale exclusivement comme *activité interdisciplinaire* dont l'idéal serait de pouvoir parler de tout sans rien connaître dans quelque domaine que ce soit.
 - fleure bon au mieux les références creuses qui servent à briller dans les *dîners en ville* et au pire la culture vendue au mètre linéaire.

contraire, nous considérons que c'est la disparition de leur nécessité qui sera l'indice le plus profond du succès d'une refonte réussie de l'enseignement préuniversitaire. Si l'on quitte les formulations pompeuses : une étape importante sera accomplie lorsque les étudiants de STAPS de première année de l'université de Rennes n'auront plus, dans leur cours de culture générale littéraire, à étudier comme notion centrale : la ponctuation.

3) Rapide schéma des niveaux d'enseignement

Il n'est donc pas inutile, même si cela semble à la lecture une simple question de bon sens, de remettre quelques notions à l'endroit en redéfinissant les contenus par niveau d'enseignement. Il s'agit, bien sûr, d'une vision très sommaire et schématique puisque, par exemple, nous ne parlons pas de l'enseignement professionnel. Il est cependant important de noter que les dysfonctionnements du système tendent ici aussi à opposer l'enseignement théorique qui dégénère en apprentissage mécanique de formules (mal sues d'ailleurs parce que non comprises) et l'enseignement appliqué qui se réduit à l'apprentissage de procédures apprises hors de leur compréhension scientifique. Là aussi, les promoteurs de la soit-disant interdisciplinarité ont oublié que même l'aspect pratique de l'enseignement ne doit pas être - et il ne le peut pas car il n'a pas le temps de réaction nécessaire face aux changements des techniques de production - un enseignement de formation professionnelle mais un moyen d'éducation générale comme le soulignait déjà *Albert Muhlemann* en 1920 pour le travail manuel :

"Comme toute autre matière du programme, en effet, le travail manuel ne peut être et ne doit être, à l'École primaire, qu'un moyen d'éducation générale. De même que l'école n'a la prétention de former ni des artistes, ni des littérateurs, de même elle ne peut prétendre à former des ouvriers ou des artisans ; l'enseignement ne peut qu'y être théorique et le rôle du maître est plus un rôle d'initiateur que de doctrinaire ou de praticien. Il serait aussi puéril de vouloir faire de bambins de 10 à 12 ans des ébénistes ou des ajusteurs, qu'il serait puéril de vouloir leur enseigner à cet âge l'histoire des littératures, la philosophie ou les mathématiques."¹³

Ceci dit, il est cependant utile, comme les théoriciens de la pédagogie actuelle n'ont pas hésité à énoncer des *puérités*, de donner quelques axes :

- **Enseignement primaire** (voir infra pour plus de détails sur le calcul):

a) *Restauration du Cours Préparatoire* : à la fin du CP et pour passer dans la classe supérieure, l'élève doit savoir

i) lire et écrire

ii) connaître la numération jusqu'à 100 ; posséder les 4 opérations (tout calcul jusqu'à 100 pour l'addition et la soustraction, multiplication et division par 2, 4, 5). Introduction du calcul d'abord par le calcul mental ce qui est la seule méthode qui permet que l'élève l'utilise puisqu'il l'apprend justement avant le calcul écrit.

b) *L'objectif central du primaire n'est pas une activité d'apprentissage des mathématiques et de la littérature*, il s'agit

- de l'apprentissage de la maîtrise de la langue écrite et orale

¹³ Albert Muhlemann, *Le travail manuel à l'école primaire et au Certificat d'Etudes*, Bibliothèque d'éducation 15, rue de Cluny, Paris (Ve), 1925(?).

<http://michel.delord.free.fr/muhlemann.pdf>

Il est à noter que, à cette époque que les sciences de l'éducation accusent de ne pas avoir compris l'interdisciplinarité, A. Muhlemann, *Licencié ès lettres*, écrivait un livre de travail manuel et Jules Tannery, mathématicien directeur de l'école normale supérieure, écrivait sur l'apprentissage de la division en primaire.

- d'une initiation au calcul pour préparer l'apprentissage ultérieur des mathématiques et de la physique au sens large (c'est-à-dire des domaines de la connaissance où le calcul intervient - pour employer une expression à *la mode* - comme outil de modélisation de la réalité)

- **Enseignement secondaire** : mise en place des matières. Il s'agit d'un enseignement de culture générale qui n'est pas une matière et ne peut donc être enseignée en tant que telle. D'où la proposition centrale : enseignement scientifique de tronc commun jusqu'en première. Ceci revient à reprendre l'esprit de la réforme de l'égalité scientifique des années 20 dont j'ai parlé précédemment en n'oubliant pas que doivent faire partie de la culture littéraire enseignée les grandes œuvres étrangères du passé dont doivent bénéficier tous les élèves et pas seulement ceux qui apprennent la langue qui leur permet de les lire dans le texte.

- **Enseignement supérieur** : spécialisation au vrai sens du terme : on ne se spécialise que si on est généraliste. C'est ici que se pose par exemple le problème de la formation des enseignants et en particulier de ceux du primaire : il est aberrant en ce sens de discuter formellement pour savoir s'il faut supprimer ou non les IUFM. Tant que les programmes débilissants restent ce qu'ils sont, les IUFM sont un outil débilissant parfaitement adapté à la formation des maîtres qui doivent enseigner ce type de programme. Si l'on pose par contre véritablement la question de la formation des enseignants du primaire, on peut dire

- qu'elle n'aura une réelle valeur que lorsque sera rétabli un enseignement secondaire donnant une culture générale humaniste littéraire et scientifique : il faut compter une quinzaine d'année à partir de la date d'imposition d'un curriculum nouveau à partir du primaire

- qu'entre temps devront être prises des mesures provisoires qu'il serait trop long de détailler ici mais dont la caractéristique ne doit pas être de masquer les faiblesses des enseignements précédents.

*
* *

Nos propositions pour l'enseignement primaire

(Extraites du texte du GRIP :

SLECC : Savoir lire Ecrire Compter Calculer <http://michel.delord.free.fr/slecc.pdf>)

1) **Pour la fin du primaire**, citation :

Connaissances en arithmétique conçues comme bases de l'enseignement futur des mathématiques, de la physique et plus généralement de la "modélisation de la réalité".

Bases du calcul sur les grandeurs et de l'analyse dimensionnelle (donnant notamment une semi-méthode de résolution des problèmes et de vérification de cohérence de la solution.)

Ensemble des opérations sur les nombres entiers, décimaux et fractions (cas simples pour les fractions)

Notions de nombres premiers, PPCM, PGCD

Maîtrise du système métrique (unités de longueur, aire, volume, masse), des unités de contenances et de durée et d'angles.

Connaissance

*- des objets géométriques du plan (cercle, carré, rectangle, parallélogramme, trapèze, losange, polygones simples inscrits dans un cercle) et de l'espace (pavés, prismes, cylindres).
Connaissance intuitive, construction, représentation.*

- des formules permettant de calculer leurs périmètres, aires et volumes (la seule formule admise et non démontrée - au sens du primaire - étant celle du périmètre du cercle ; les démonstrations ne sont pas exigibles des élèves mais doivent être faites par l'enseignant)

Exemples de la proportionnalité simple directe et inverse avec comme base de résolution des problèmes, la règle de trois directe et inverse.

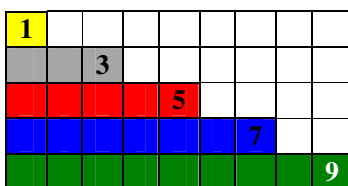
Problèmes nécessitant plusieurs étapes de calcul et de raisonnement portant sur divers domaines (Pourcentages, densité, échelles ...)

Calcul mental et calcul rapide

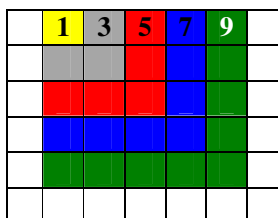
J'ajouterai un point extrêmement important : **initiation mathématique** (du type Jeux Mathématiques) **portant sur des points qui peuvent être hors programmes du primaire** visant à développer l'inventivité et l'agilité d'esprit des enfants.

Prenons un exemple de ce type d'activités : **Calculer la somme des nombres entiers impairs jusqu'à un nombre donné N**. La formule mathématique, accessible à un élève de fin de troisième dans un curriculum de bon niveau et dont la démonstration est de niveau fin de lycée, est la suivante : $1+3+5+\dots+(2n+1) = (n+1)^2$ mais l'on peut en faire découvrir le principe en utilisant soit un papier quadrillé soit des carrés de couleur :

La somme $1+3+5+7+9$ peut être représentée par le nombre total de carreaux coloriés ci-dessous



Mais on peut la représenter aussi sous la forme suivante



sur laquelle on "voit" que :

$$1+3 = 2^2 = 4$$

$$1+3+5 = 3^2 = 9$$

$$1+3+5+7 = 4^2 = 16$$

$$1+3+5+7+9 = 5^2 = 25$$

... d'où l'on peut tirer, par exemple que la somme des nombres impairs jusqu'à 99 est $50^2 = 2500$. La compréhension de cette dernière étape signifie que l'élève s'est élevé dans l'abstraction puisqu'il a dépassé l'intuition visuelle.

Nous prenons cet exemple, connu depuis l'antiquité sous le nom de "nombres carrés", car outre le fait qu'il est récemment cité par le mathématicien *Barry Mazur*^{xii}, son "enseignement" est déjà recommandé comme partie de l'*initiation mathématique* au début du XX^{ème} siècle par *Charles Ange Laisant* que nous avons déjà cité plus haut¹⁴.

¹⁴ C-A Laisant, *L'initiation mathématique, ouvrage étranger à tout programme dédié aux amis de l'enfance*, Hachette, 1910.

Notre recommandation vise surtout à ne pas opposer les activités que l'on qualifie de scolaires (dont une part importante est la réussite d'exercices d'application de connaissances enseignées ou "*apprendre à faire vite et bien des choses faciles*"- Alain Connes^{xiii}) à celles considérées comme extra-scolaires. Elle vise aussi à ne pas prétendre qu'il suffirait de développer des jeux mathématiques pour contrer les déficiences de la formation sans toucher aux programmes actuels : une preuve en est que, lorsque les mathématiques enseignées étaient "scolaires", la France était aux premières places aux olympiades internationales de mathématiques tandis qu'elle se contente pour les dernières qui viennent de se tenir à Athènes de la 38^{ème} place avec 94 points, la Chine étant première avec 220 points. Il n'est pas inutile de noter également que l'éviction de l'enseignement obligatoire **et gratuit** des activités considérées comme trop "scolaires" les a transformées en ... activités médiatico-commerciales comme la dictée qui a donné les Dico d'Or ou l'extraction honnie de la racine carrée à la main dont la connaissance suppose maintenant l'achat de livres de mathématiques ludiques et non-scolaires...

2) Pour le Cours Préparatoire, citation :

SLECC : Pour la restauration d'un véritable Cours Préparatoire¹⁵

A la fin du CP, l'élève doit posséder au minimum la maîtrise

- de la numération des nombres à deux chiffres

(Apprentissage fondé notamment sur l'utilisation des unités de longueur et des unités monétaires)

- de l'addition, de la soustraction des nombres de la première centaine

- de la multiplication, de la division au moins par 2, 4 et 5

(Ces deux points sous-entendant qu'il connaît par cœur ses tables d'addition et celles de multiplication par 2 et 5)

- de la résolution de problèmes extrêmement simples à une opération portant sur les opérations étudiées^{xiv}

Ce que nous recommandons ici n'est qu'une des plus grandes conquêtes de la pédagogie progressiste du XIX^{ème} siècle.

Elle a consisté à ne plus séparer dans le temps l'enseignement des divers éléments des bases du calcul¹⁶ c'est-à-dire à contrer, comme le disait en 1882 Ferdinand Buisson, "*L'antique méthode*"^{xv}, qui faisait apprendre d'abord la numération, puis l'addition, la soustraction, la multiplication et enfin la division. Or nous sommes retombés dans cette méthode réellement obscurantiste puisque les programmes ont exclu du CP tout d'abord en 70 l'apprentissage de la multiplication et de la division et maintenant même de la soustraction puisque, dans les programmes de 2002, "*A la fin du cycle 2[CE1], seule la technique opératoire de l'addition est exigible.*"^{xvi}

Vous pouvez en trouver des extraits à <http://michel.delord.free.fr/lais-init1.pdf>.

¹⁵ Comme complément il est possible de lire *RCP comme redoublement en CP, pour la restauration d'un véritable CP*, texte malheureusement laissé l'an dernier à l'état de brouillon, qui traite certes du redoublement mais donne aussi les passages essentiels des Instructions Officielles de 1923 et 1945 sur le CP en calcul et en français (p. 23 à 37).
<http://michel.delord.free.fr/rcp1.pdf>

¹⁶ L'idée est la même dans les textes initiaux de la III^{ème} République sur l'apprentissage de la lecture. La recommandation par F. Buisson de la méthode Schuller (*méthode d'écriture-lecture analytique et synthétique*) vise aussi à s'opposer à la "méthode antique" qui elle aussi sépare dans le temps les différents aspects d'un même processus, le rendant ainsi plus difficile : "*Et les anciennes méthodes étaient inexorables au nom de la logique sur la nécessité de ces interminables préliminaires. Voulait-on apprendre à l'enfant à lire? On prétendait commencer par lui apprendre toutes ses lettres, puis leurs combinaisons en syllabes, avant d'arriver à un mot et surtout à une phrase. Quel désert à traverser pour la pauvre petite intelligence! De la lecture on passait à l'écriture et l'on procédait de même: non pas le mot d'abord, non pas même la lettres, mais les jambages, les «bâtons»*" (in Article : *Intuition et méthode intuitive*)

Un autre aspect extrêmement important et complètement oublié est la place du calcul mental " par [lequel] l'esprit s'assimile en quelque sorte la substance de l'enseignement de l'arithmétique, et en recueille tout le fruit". Il doit être introduit avant le calcul écrit, pour ne pas rendre "l'élève esclave des chiffres et de son crayon" avec deux justifications fondamentales :

- obliger l'élève à apprendre le calcul mental puisqu'il ne dispose pas pendant tout un temps d'autres moyens de calcul. Tout au contraire dans les programmes où le calcul écrit précède le calcul mental, l'élève n'a aucune raison de calculer mentalement puisqu'il peut trouver le résultat par écrit : la seule manière de développer l'usage du calcul mental, ce sur quoi toutes les tendances pédagogiques sont d'accord, est bien *qu'il soit acquis comme réflexe pour toutes les opérations avant même la pratique du calcul écrit*

- de justifier en même temps l'utilité du calcul écrit puisqu'il est aussi le seul moyen de calculer sur les nombres dont la taille ne permet pas le calcul mental.

Cette introduction du calcul mental avant le calcul écrit permet même

- en s'aidant du dessin, la connaissance des tables de multiplication avant même que l'élève sache écrire des chiffres comme le recommandait déjà C-A Laisant (voir le *Chapitre 16 - La table de multiplication* de l'ouvrage cité *supra*)

- une introduction du calcul sur les fractions dès le CP puisque, dès qu'un élève sait que le quotient d'un nombre par 4 s'appelle le quart de ce nombre, il sait calculer *mentalement* trois quarts de vingt puisque si un quart de vingt vaut 5, trois quarts de vingt valent $3 \times 5 = 15$.

Concluons avec Ferdinand Buisson (Article *Intuition et méthode intuitive*)^{xvii}:

" En arithmétique, on ne commence pas par lui révéler les nombres abstraits, leurs rapports et leurs lois: c'est sur les objets concrets qu'on exerce d'abord son attention, et l'on se sert des sens non pour qu'il y ait recours toute sa vie, mais pour lui apprendre à s'en passer : le moment ne tarde pas où l'on peut lui faire faire de tête et par intuition des opérations qu'il ne pourra rigoureusement raisonner que bien des années après. Il n'y a pas d'enfant qui ne puisse faire mentalement et sans efforts des soustractions, des multiplications, des divisions sur les dix premiers nombres, voire même sur les fractions, longtemps avant de soupçonner même le nom des quatre règles."

*
* *

Conclusion

En calcul comme pour l'apprentissage de la langue, il s'agit de recueillir et de développer un héritage qui a fait de l'école primaire française, malgré ses défauts réels, une des meilleurs du monde depuis la fin du XIX^{ème} siècle. Un des principaux fossoyeurs de cette école, Antoine Prost, reconnaissait sa valeur lorsqu'il affirmait que, encore dans les années 50, " **les programmes de l'école primaire française sont en moyenne en avance d'un ou deux ans sur ceux des écoles étrangères**"^{xviii}¹⁷. Et, trouvant que les programmes étaient *trop lourds*, son courant de pensée en a demandé et obtenu l'allègement. Ce faisant, il dégradait effectivement le niveau de l'enseignement

¹⁷ Ce qui indique bien la chute vertigineuse de niveau reconnue, sans le vouloir, par les divers organismes d'évaluation français lorsque, à la suite des dernières évaluations PISA et PIRLS, ils se satisfont d'une place moyenne parmi les pays européens. Ce faisant, nous ne prenons pas pour argent comptant les conclusions de ces études car leur conception n'est pas exempte de critiques. Voir :

1) Cautions on OECD's Recent Educational Survey (PISA), by S. J. Prais, Oxford Review of Education, Vol. 29, June, 2003
<http://docserver.ingentaselect.com/deliver/cw/carfax/03054985/v29n2/s1/p139.pdf?fmt=dirpdf&tt=396&cl=16&ini=&bini=&wis=&ac=0&acs=35008546&vc=A7BFD219D7B9B829EE8A727479029B67&vi=197AAE4D45DBC541E9DB43AF8FEDA40D&realpageid=752842816>

2) La note 3 de Michel Delord, *Note technique sur le redoublement*, 17 juin 2004
<http://michel.delord.free.fr/redoub.pdf>

mais surtout répandait une interprétation des caractéristiques de l'école qu'il combattait réduite aux limites de son propre entendement : une conception purement quantitative tout juste capable d'évaluer les contenus enseignés en comptant des "*recettes sur des questions soigneusement cloisonnées*".

Notre rôle est donc certes de restaurer des programmes de haut niveau mais pour cela de restaurer une conception de l'enseignement fondée sur la méthode intuitive qui, saisissant dès les débuts de l'enseignement la puissante synergie des différents domaines de la connaissance et de l'apprentissage de celle-ci, s'appuie sur l'apprentissage simultané des bases de la langue et du calcul :

- dans l'apprentissage des bases de la langue sur l'apprentissage simultané de la lecture et de l'écriture
- dans l'apprentissage des bases du calcul sur l'apprentissage simultané de la numération, des quatre opérations, du calcul écrit et du calcul mental.

Ce qui est bien loin de l'image d'Epinal de l'école de la III^{ème} république imposée historiquement par ses ennemis néo-obscurantistes, école dont les défauts pour les uns et les succès pour les autres ne seraient dus qu'au port de la blouse, à l'utilisation exclusive de la mémoire, c'est-à-dire "*aux bonnes vieilles méthodes*" dont on exclut précisément ce qui en était le noyau rationnel rappelé explicitement au début de toutes les IO de 1880 à 1945: la méthode intuitive.

Notes de fin

-
- ⁱ <http://michel.delord.free.fr/jferrand.pdf>
- ⁱⁱ Déclaration de *Luc Ferry**, ministre de l'Education nationale, ouvrant le *Grand Débat* en Picardie, in *Liberation* du 29/04/2003
*ex-Président du *Comité National des Programmes* qui a élaboré les programmes de 2002 qui permettent de savoir calculer ... avec une calculette.
- ⁱⁱⁱ Références précises in *Michel Delord*, Les aventures de la division, *Revue Panoramiques*, "Education nationale, des idées à rebrousse poil", Premier trimestre 2002, N° 56.
<http://michel.delord.free.fr/avdiv1.pdf>
- ^{iv} *Viviane Durand-Guerrier*, présidente de l'ARDM, in *Bulletin de l'ARDM*, n° 14, mars 2004.
- ^v Pour plus de détails, lire
De l'enseignement à la remédiation : <http://michel.delord.free.fr/remed.pdf>
N comme Niveau : <http://michel.delord.free.fr/propter.pdf>
- ^{vi} http://www.ens.fr/concours/Rapports/2002/MP/oral_math_u.pdf
- ^{vii} Brouet et Haudricourt Frères, *Arithmétique et système métrique Cours Moyen*, Librairies-Imprimeries réunies, Paris, 1912, 346 pages. Page 33.
- ^{viii} Mathématiques : articulation école-collège, NdS N° 96-279 du 29-11-1996, BO N° 44 - 5 Décembre 1996.
- ^{ix} H. Sonnet, Article *Arithmétique*, Dictionnaire de pédagogie et d'instruction primaire, Hachette, 1887. Tome 1 de la première partie, pages 114 à 118.
- ^x <http://www.ac-orleans-tours.fr/maths-3/culture/assises/confere.htm>
- ^{xi} <http://pst.chez.tiscali.fr/svtiufm/positivi.htm#chapitre6>
- ^{xii} Barry Mazur, *Math and Art without the filters*, Los Angeles Times, May 18, 2003.
<http://www.math.harvard.edu/~mazur/latimes.html>
- ^{xiii} Cf. Alain Connes in JP Changeux et Alain Connes, *Matière à pensée*, Odile Jacob, p. 123.
- ^{xiv} Pour un exemple de niveau scolaire de fin de CP en 1956 dans une école que l'on classerait actuellement en ZEP, voir :
Cahier de CP : Journées du 27 au 30 Juin 1956 à l'école de la cité des Chapélies (19 Brive)
Version écran : <http://michel.delord.free.fr/cp56.pdf>
Version papier : <http://michel.delord.free.fr/cp56p.pdf>
- ^{xv} Cf. Ferdinand Buisson, dans l'article *Calcul intuitif*, <http://michel.delord.free.fr/fb-calcintuit.pdf>
- ^{xvi} http://www.cndp.fr/textes_officiels/ecole/math_Ecole_C2.pdf
- ^{xvii} Ferdinand Buisson, Intuition et méthode intuitive, http://michel.delord.free.fr/fb_intuit.pdf
- ^{xviii} Antoine Prost, *Histoire générale de l'enseignement et de l'éducation en France, Tome IV, L'école et la famille dans une société en mutation (1930-1980)*, Nouvelle Librairie de France, Paris - MCMLXXXI. Page 161.